30pRC-1 投票モデルでの二値の候補者の混合が示す厳密なスケール不変性 II

北里大 理、S & P 守 真太郎、久門 正人

Exact Scale Invariance in Mixing of Binary Candidates in Voting Model II

Dept. of Phys., Kitasato Univ., S& P S. Mori, M. Hisakado

二値の候補者が多数存在する系で投票を行うモデルを考える。投票は候補者の得票数に比例した確率で行われるものとし、また、二種類の候補者な二値の異なる得票数の初期値 $\{s_0, s_1\}$ を持つとする。そして、十分多くの回数の投票を行ったあとに得票数で候補者を並べたとき、各々の種類の候補者の累積分布関数 $\{x_0, x_1\}$ の間に巾乗則が成立する。また、初期値の比 $\alpha = s_1/s_0$ を保ったままゼロとする極限では、巾乗則が累積分布のレンジの全域 $[0, 1]$ で成立する「厳密なスケール不変性」が成り立つ。

今回の発表では、この「厳密なスケール不変性」が成立する条件について詳細な報告を行う。結論を述べると、二種類の候補者数 $\{N_0, N_1\}$ を無限大にとばし、かつ初期値 $\{s_0, s_1\}$ を比を保ったままゼロにする極限操作を、$Z = N_0 s_0 + N_1 s_1$ も無限大になるように行う。つまり、初期値をゼロにとるスピードよりも早く候補者数を無限大にとばす。すると、候補者の得票率の分布関数が極限操作の途中で常にガンマ分布であることが示せ、累積分布関数 $\{x_0, x_1\}$ の間に厳密なスケール不変性が成立することが示される。この極限では、Pólya の壷問題で、二種類の玉を (玉の重みに比例した確率で) 次々に取り出し、玉を戻さない場合に、玉を取り出した順序で並べる問題の場合と等価になることがわかる。

また、前回の発表では、このような累積分布関数の間にスケール不変性が成立する現象の例として、競馬での勝馬ー負け馬、i 着馬ー j 着馬などを挙げた。今回は、この投票モデルで何が説明できないかを解説し、その原因についてひとつの解釈を述べる。

1. Exact Scale Invariance in the Mixing of Binary Candidates in a Voting System, preprint http://jp.arxiv.org/abs/0806.0185.