情報カスケードのミクロとマクロ：投票実験と統計物理による解明

Between microscopic and macroscopic behavior of human in information cascade

守 真太郎[*1] 久門　正人[*2] 高橋 泰城　[*3]
Shintaro Mori　Masato Hisakado　Taiki Taakahashi

[*1]北里大学 理学部 物理学科
Department of Physics, School of Science, Kitasato University

[*2]スタンダード＆プアーズ
Standard and Poors

[*3]北海道大学 文学研究科 社会科学実験研究センター
Center for Experimental Research in Social Sciences, Hokkaido University

We study an information cascade phenomenon experimentally and theoretically. We introduce a simple voting model with two types of voters–independent and herding and find that there occurs a phase transition as the ratio of the herding voters exceeds a certain threshold value. We perform a sequential voting experiment where people answer questions with two choices one bye one with the information of the previous r persons' choices. We change r from $r = 0$(no information) to $r = \infty$ (all previous persons' choices) and control the information transmission. At $r = \infty$, we see an information cascade where the peoples' choices are greatly affected by the previous choices and the distribution of the ratio of the correct choice comes to have two peaks. We study how people's choices are affected by the others' choices and determine the parameters of the voting model. By studying the asymptotic behavior of the time-series data, we show that the information cascade in the voting experiment is a phase transition.

1.　はじめに

「クイズ＄ミリオネア」というＴＶ番組をご覧になったことがありますか？四択のクイズに解答者が答えるというもので、答えに困ったとき「ライフライン」というヒントを使うことができました。「ライフライン」には、電話で協力者に助力を求める「テレフォン」、選択肢を二つに絞る「50：50」、そしてクイズの会場の参加者 100 名全員に回答してもらい、100 人分の選択の結果を棒グラフにして参考にできる「オーディエンス」の 3 種類あり、そえぞれ 1 回だけ使うことが可能というルールでした。クイズで正解を重ね、賞金が上がるとともに徐々に難易度が増していきますが、このライフラインを何時どのタイミングで使うのか、また、どのライフラインが有効なのか、などを考えながら面白く拝見した番組でした。私の見た限りでは、「テレフォン」は制限時間が短いため問題を伝えるのが精いっぱい、「50:50」は、四択を二択にしてくれますが、そのそも四択のなかでどう考えても間違いのものを排除するだけで、あまり助けにはならないことも多かったと記憶しています。では、「オーディエンス」はどの程度の助けになるのでしょうか？ある選択肢を多数のオーディエンス（観覧者）が選択すれば、その選択肢を選んで正しいことが多かったのは事実です。Wikipedia によると、『もちろん、一番得票数の高い選択肢が必ず正解とは限らない。前半の比較的易しい問題では、正解の選択肢に圧倒的（80%以上）に票が集まり易い。難問が多い後半では票が大きく割れることもあり、最多票を裏切ったり、最多票を答えて不正解退場になるケースも少なくない。』とあり、簡単な問題ならともかく、難しい問題では多数派の選択肢でも結構間違うということです。

しかし、クイズの正解が全く見当がつかない場合、多数の人の選択の中で、もっとも選択が多い選択肢を選ぶことは戦略（以下、「多数派戦略」と呼ぶことにします）として正しいには違いありません。もちろん、その人々の中には、わざと間違えてミスリードを誘う人もいるかもしれませんが。では、ヒトは、こうした状況でどのような選択を行うのでしょうか？また、それはどのようなマクロな結果やパフォーマンスになるのでしょうか？我々は、まず投票モデルと呼ぶ確率モデルの解析を行い、情報カスケードとして知られるマクロな状態変化が統計物理において「相転移」として分類されるものであるという結果を得ました。この理論的な予言を検証すべく、二択のクイズを多数の学生に回答してもらう実験を行いました。学生は一人一人が順番にクイズに回答します。その際、自分よりも以前に答えた学生の回答の集計結果についての情報も与えます。その情報により、クイズの回答を知らない学生の回答が変化し、マクロに情報カスケードとして知られる変化が起きることを確認しました。一方、ミクロには、学生一人ひとりがどのように他の学生の回答を参考にして回答するのかについて解析し、投票モデルのパラメータを決定しました。このパラメータを用いた投票モデルの予言と実験結果を比較し、この実験での情報カスケードが統計物理における相転移であることを示しました。

本発表は、ヒトのミクロな意思決定とマクロな相転移の関係について、実験と理論の両面から理解することを目指すものです。その詳細を説明する前に、多数派戦略はどの程度正しい選択に結びつくのか、簡単に議論してみます。

連絡先: 守　真太郎，北里大学理学部物理学科，神奈川県相模原市南区北里 1-15-1，Tel:042-778-9954，mori@sci.kitasato-u.ac.jp

2. 多数派戦略の正答率

選択肢が A と B の 2 種類あるクイズを考える。そのクイズに対しすでに r 人が独立に回答を終え、r 人のうち、n_A 人が A を選択し、n_B 人が B を選択しているとする。r 人の回答者の正答率は q_0 とし、確率 q_0 で正しい選択肢を選べ、$q_0 \geq \frac{1}{2}$ と仮定することにする。では、この状況で各選択肢が正しい (True=T) 確率を評価する。r が十分大きく、n_A がほとんど r に等しい状況なら、A が正しい確率が高いと予想され、逆に r が小さかったり、n_A と n_B が拮抗している場合は、A が正しいかどうか判断が難しいとは予想される。今、仮に A が正しいとするなら、n_A は確率 q_0 で起きる事象を r 回繰り返したときの事象の生起回数と同じ二項分布 $\mathrm{B}(r, q_0)$ に従う。また、仮に A が正しくないならば、n_A は、$\mathrm{B}(r, 1-q_0)$ に従う。これに事前分布として、何の情報もないときの A が正しい (True=T) 確率 Pr(A=T) と A が誤り (False=F) の確率 Pr(A=F) が共に $\frac{1}{2}$ であることを用いると、ベイズの定理から、r 人のうち n_A 人が A を選んだ状況で A が正しい確率 $\mathrm{Pr}(\mathrm{A{=}T}|r, n_A)$ と、A が誤り (False=F) の確率 $\mathrm{Pr}(\mathrm{A{=}F}|r, n_A)$ の間に次の関係式が成立することが分かる。

$$\frac{\mathrm{Pr}(\mathrm{A{=}T}|r, n_A)}{\mathrm{Pr}(\mathrm{A{=}F}|r, n_A)} = \left(\frac{q_0}{1-q_0}\right)^{n_A - n_B} = \left(\frac{q_0}{1-q_0}\right)^{n_A-(r-n_A)} \tag{1}$$

ここで、$n_B = r - n_A$ である。$\lambda_r = r \log \frac{q_0}{1-q_0}$ と定義し、$\mathrm{Pr}(\mathrm{A{=}T}|r, n_A) + \mathrm{Pr}(\mathrm{A{=}F}|r, n_A) = 1$ を用いて次の結果を得ることができる。

$$\mathrm{Pr}(\mathrm{A{=}T}|r, n_A) = \frac{1}{2}(\tanh \frac{1}{2}\lambda_r \frac{(n_A - n_B)}{r} + 1) \tag{2}$$

この結果から、選択肢 A が正しい確率は n_A と n_B の差に依存することが分かる。r 人中の A を選択したヒトの比率 n_A/r を x と書くと、r が十分大きい場合、$\lim_{r\to\infty} \lambda_r = \infty$ より、この戦略は x がゼロ以上で 1、ゼロ以下で 0、ゼロで 2 分の 1 となるステップ関数 $\theta(x)$ を用いて次のように書くことができる。

$$\lim_{r\to\infty} \mathrm{Pr}(\mathrm{A{=}T}|r, n_A) = \lim_{r\to\infty} \frac{1}{2}(\tanh\left(\frac{1}{2}\lambda_r \frac{(n_A - n_B)}{r}\right) + 1) = \lim_{r\to\infty} \frac{1}{2}(\tanh\left(\lambda_r(x - \frac{1}{2})\right) + 1) = \theta(x - \frac{1}{2}) \tag{3}$$

この多数派戦略に従うヒトのことを「デジタル」投票者と呼ぶことにする [1]。冒頭で述べたクイズ＄ミリオネアのオーディエンスでは、クイズの答えがまったく見当がつかない場合、デジタル投票者になって『最多票』の選択肢を選ぶのがベイズ統計の立場からも正しいが、それが正しい確率はクイズの難易度 q_0 や、『最多票』と次点の票の差 $n_A - n_B$（そして何人の回答を参照したのかの r）に依存する。

以上の議論から、q_0 が既知の場合、r 人中 n_A 人が A を選択したときの A が正解である確率が分かる。実際の状況では q_0 の値は不明な場合が多く、回答者自身が自分で推定する必要がある。つまり、主観的な値をこれらに代入する。用心深い人は q_0 を低く評価し、多数派戦略を盲目的に採用することはないだろうが、逆に他人の選択を信じやすい人は、q_0 を高く見積もり、多数派戦略に流れやすくなる。どちらにせよ、もしクイズでのリターンが正解数に比例し、かつ $q_0 > \frac{1}{2}$ であるならば、多数派の選択肢の正解率が高く、そちらを選ぶ多数派戦略を採用すべきことが分かる。こうした他人の意思決定をもとに選択する人、彼らはコピーキャットとかフリーライダーと呼ばれ、以下では「ハーダー」（群れる人々）と呼ぶことにするが、彼らは正しい選択に関して何の情報も提供しない。あくまで他人の行動を感知し、それをもとに意思決定し、その結果が後に意思決定する人に伝わるだけである。そこで、ハーダーに加え、自分自身で獲得したインテリジェンス（情報）をもとに、確率 q で正しい選択を行い、他人の意思決定には一切影響されない人々をモデルに導入する。この情報を提供する独立な人々を「独立投票者」と呼ぶことにする。上で議論したのは、自分以外が独立投票者の場合にハードして多数派戦略を採用した時の正解率である。では、自分以外もハーダーがいるとき、多数派戦略が正しい選択につながる確率はいくらか。また、マクロに、つまり系全体としてどのような事象が起きるのか。次の節で解説する。

3. 投票モデルと相転移

ヒトが次々と二択のクイズに回答する。ヒトは二種類に分類されるとし、1 つのグループはクイズの正解を確率 $q = 100\%$ で知っていて、必ず正解を選ぶ独立投票者。知識が豊富なため、正解を知っているので、彼らは他の回答者の回答を参考にする必要はなく、独立に回答する。もう 1 つのグループはハーダーと呼ばれる人たちで、参照可能な情報をもとに多数派戦略で選択を行うものとする。t 人目の投票後、正しい選択肢を選んだ人の数を $N_1(t)$、誤った選択肢を選んだ人の数を $N_0(t)$ とする。もちろん、$N_1(t) + N_0(t) = t$ が成立する。また、直近 r 人、つまり、t 番目から遡って $t - r + 1$ 番目までの r 人に対する正答者数を $n_1^r(t)$、誤答者数を $n_0^r(t)$ と書き、直近 r 人の情報を参照して回答する場合、この r 人の分布情報 (n_0^r, n_1^r) をもとに回答するものとする。ただし、t が r より小さい場合は、直近 r 人は直近 t 人と考えるとし、また、$r = \infty$ とは過去の回答者すべての情報を意味するとする。この情報をもとに、$t+1$ 番目の回答者がハーダーの場合、次の確率で正しい選択肢を選べるとする。

$$p_1(r, n_1^r) = \frac{1}{2}(\tanh \lambda \left(\frac{n_1^r - \frac{r}{2}}{r + z}\right) + 1) \tag{4}$$

ここではモデル (2) を若干変形したものを使う。前節の最後でも書いたが、基本的にリターンが正答数に比例する場合、多数派戦略を採用することが正しいが、その正解確率は r, n_A の他に q_0 にも依存する。q_0 の値はクイズ毎に値が決まる。しかし、正解を知らないヒトが必ず多数派戦略に従うとは限らず、q_0 は主観的でヒトのミクロな振る舞いの興味の対象でもあるのでここではパラ

メータとし、式 (4) では λ, z で表すとする。λ は、ハーダーが過去の回答者の回答を参考にした場合、どの程度正答率が上がるのかを表します。また、z は、一人ひとりの情報の重みを表します。3 人中 3 人が正しい場合と 30 人中 30 人が正しい場合では、それを参考にしたハーダーの正答率に違いがあることを表す。また回答者中のハーダーの比率は p、独立投票者の比率は $1-p$ とする。

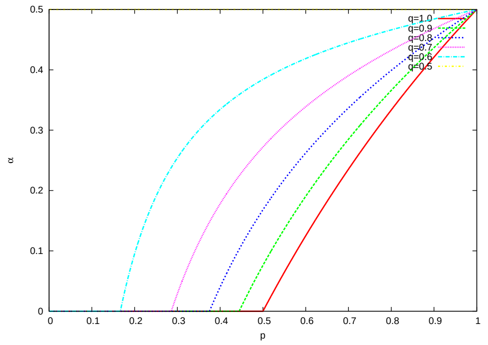

図 1: 一般の q に対し、ハーダーの比率 p を変えた時の α をプロット。$p < p_c$ では、α はゼロで、正答率が 50 %をきることはない。一方、$p > p_c$ では、α は正で正答率が 50 %を切る確率が値を持つ。$p = p_c$ で、α は連続的に、微分不連続で変化する非解析的な振る舞いを示し、連続相転移であることがわかる。一般の q に対する p_c は $p_c = 1 - \frac{1}{2q}$。

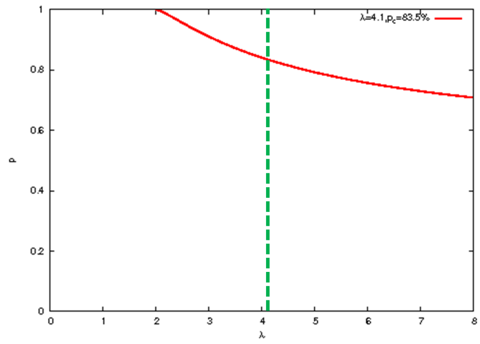

図 2: (λ, p) 面での相図。赤の実線以下の領域では z_∞ の分布はひとつのピークをもつ One Peak 相。赤の実線より上の領域では、p が臨界値 p_c 以上で z_∞ の分布がふたつのピークをもつ Two Peak 相になる。緑の点線は $\lambda = 4.15$ の場合を表す。このライン上での臨界値は $p_c = 0.835$。

この集団がクイズを回答していった場合、マクロにはどのような協同現象がみられるのか。簡単な場合として式 (4) で $\lambda \to \infty$ とし、参照人数 r が過去の投票者全員の場合（$r = \infty$）を考えてみる。この場合、ハーダーは必ず投票数の多い選択肢を選択する。確率変数として N_1 を考え、その $t = \infty$ での正答率 $z_\infty = \lim_{t\to\infty} N_1/t$ に注目する。この場合厳密解が計算可能で正答率の分布はつぎのようなものになる [1]。

$$z_\infty = \alpha\delta_{1-p} + (1-\alpha)\delta_1 \quad \alpha = \frac{(2p-1) + |2p-1|}{3 + |1-2p|} \tag{5}$$

ここで δ はデルタ関数で α は正答率 z_∞ が 50 %を切る確率 $\Pr(z_\infty < \frac{1}{2})$ を意味する。

これを見ると $p_c = 0.5$ を境に劇的なマクロな振る舞いの変化がおきるのがわかる。$p_c < 0.5$ の領域ではハーダーの振る舞いは全体には影響しない。マクロでは全員が独立投票者が回答したのとまったく同じである。この相を One peak のフェーズ（相）と呼ぶ。一方 $p_c > 0.5$ の領域では、全く振る舞いが異なる。ハーダーのせいで集団での誤答を起こす可能性がでてくる。この相を two peak のフェーズ（相）と呼ぶ。ハーダーが多数派の選択肢を選んだとき、$p \le p_c$ なら確実に正しい選択肢を選べるが、$p > p_c$ の場合、その選択肢が正しいか間違っているかは確率事象となり、間違う確率が上記の α で与えられる。一般の q に対する p_c は $1 - \frac{1}{2q}$。$q = 0.5$ の場合は状況は対称だが、$p_c = 0$ となり、ハーダーが少しでも存在すると、自発的に対称性が破れる。ただし、α は $\frac{1}{2}$ のままで、この相転移を見るには　$\mathrm{Var}(z_\infty)$ を見る必要がある。2 つの解は双方安定でどちらかの解に近づくと、それから抜け出るのは至難の業である。正答率が低い解（$z_\infty = 1-p$）は、ゲーム理論の言葉では悪い均衡に対応する。

この投票モデルは熱力学極限で情報カスケードとして知られる状態変化を記述し、それが相転移であることを示唆する。次の図 2 は、(p, λ) 面での相図をプロットしたものである。赤い実線より下の部分は　One Peak 相、上の部分は Two Peak 相である。緑の点線は、次節で解説する投票実験の結果から推定した $\lambda = 4.15$ に対応する状態。この時、$p_c = 0.835$ となる。

では、実際にヒトで二択のクイズに一人一人が順番に回答したとき、自分より前の回答者の回答の分布を示すことで本当に情報カスケードや相転移が見られるのか。そこで、31 人の学生が難しい二択のクイズに次々と回答する投票実験を行い、上記の理論の結果を検証する。次節では、実験の手順と結果について解説する。

4.　投票実験

実験は二択のクイズ 100 問を用意し、それに北里大学の理学部、薬学部の 2 年生から 4 年生の 62 名（以下、被験者と呼びます）が答えるものである。被験者 62 名を 31 名のグループ二つの分け、対面方式で一人ひとりが順番に回答する。まず、被験者はクイズの問題を読み、回答を選択する。次に、自分より前の r 人の被験者の回答の分布の情報を与えられ、それをもとに回答する。r として、$r \in \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ を用い、この順番で次々に情報を与える。最初に自分の知識だけで答えるのは $r = 0$、最後に、過去の回答者すべての選択の分布を参照する場合は $r = \infty$ とする。例えば、最初の被験者は参照する被験者がいないので $r = 0$ の自分の知識で答えるだけで回答は終わる。2 番目の被験者は、まず自分の知識で答え、次に 1 番目の回答者の $r = 0$ での選択を知らされ、再度選択する。3 番目の被験者は、まず自分の知識で回答し、次に $r = 1$ の回答として 2 番目の回答者の選択のうち、1 番目の回答者の回答を参照した $r = 1$ の場合の情報を与える。最後に、$r = 2$ として、最初の被験者の $r = 0$ と、2 番目の被験者の $r = 1$ の選択の分布を参照し回答する。4 番目の被験者も同様に、$r = 0$ として自分の知識で回答し、$r = 1$ として 3 番目の回答者の $r = 1$ での選択をもとに回答し、$r = 2$ として 3 番目の回答者の $r = 2$ と、2 番目の回答者の $r = 1$ の選択の情報で回答し、最

後に $r=3$ として、3 番目の $r=2$、2 番目の $r=1$、1 番目の $r=0$ の情報で回答し、計 4 回回答する。このプロセスを 31 番目の被験者まで繰り返し、1 問あたり最大で 8 回選択を行うことになる。報酬は、回答時間 2 時間に対する時給に正答率の上位 10 名に 1000 円をプラスすると回答開始前に伝え、極力正答率を上げるように努力を促す。

まず、$r=0$ と $r=\infty$ での正答率 $z_{31}=N_1(31)/31$ の分布をプロットしたものが、図 3 である。$r=0$ の場合、正答率の分布は 60 %にひとつのピークを持っていることがわかる。全 200 問での正答率の平均値は約 60 %である。$r=\infty$ の場合、正答率の分布は 100 %と 20 %弱のところにふたつのピークを持つことが分かる。過去の回答者の回答を参照することで、正答率の分布に大きな変化があることが分かる。この分布の変化は次のように簡単に解釈できる。$r=0$ の場合、比率 $1-p$ の独立投票者は正解を選択し、比率 p のハーダーは全く情報がないため、確率 50 %で正解を選択する。すると、正答率の期待値 q_0 は $q_0=(1-p)+\frac{1}{2}p=1-\frac{1}{2}p$ となり、実験データで平均正答率が 60 %だったこと（$q_0=0.6$）から、$p=0.8$ と推定することができる。こうした正答率から推定した p の値のことを以下では p_{MLE} と書くことにする。つまり、31 名が 200 問に答えた 6200 回の回答数のうち、20 %の約 1200 回は独立投票者として正答を選び、80 %の約 5000 回はハーダーとしてランダムに回答していると考えられる。この 80 %のハーダーが $r=\infty$ の場合、他者の選択結果をもとに再度選択した結果が正答率の分布の大きな変化を生んでいる。80 %のハーダー全員が正しい選択を行った場合は z_{31} は 100 %にピークを持ち、全員間違った場合は 20 %のところにピークをもつはずで、実験データもほぼその位置にピークを持っていることが分かる。つまり、この正答率の分布の変化は情報カスケードが起きていることを意味する。

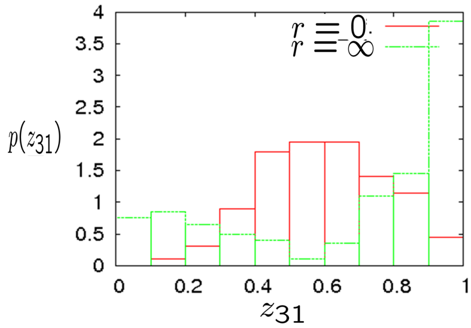

図 3: $r=0$ と $r=\infty$ の場合の正答率 z_{31} の分布関数 $P(z_{31})^r$ をプロット。

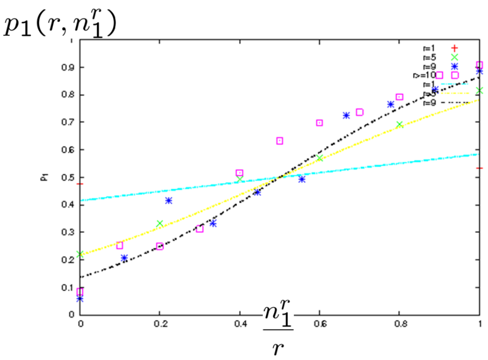

図 4: ハーダーが参照した r 人の正答率と、ハーダーの正答率の関係。式 4 でフィットすると、$\lambda=4.15, z=11.21$ と推定される。$r=1,5,9$ と $r\geq 10$ の場合をプロットしている。点線は、フィットした式 4 をプロットしたもの。

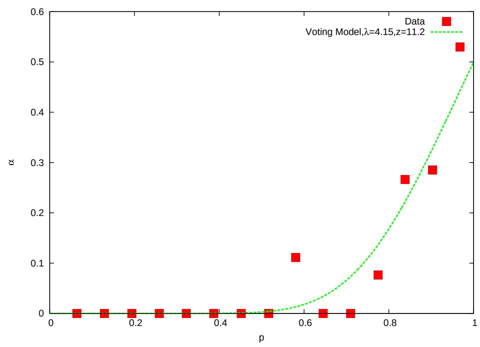

図 5: $\alpha=\Pr(z_t<0.5)$ を p に対してプロット。赤マークが実験データの結果。この場合、p は、p_{MLE} を用いている。緑の線は投票モデルで $\lambda=4.15, z=11.21$ とし、$t=31$ としたもの。

一方、ヒトの選択のミクロな側面を明らかにするために、r 人参照する場合の、正しい選択の比率 n_1^r/r と、それをもとに回答したハーダーの正答率をプロットしたものが図 4 である。$r=1$ の場合、参考にする度合いが低く、正答率は 50 %からほとんど変化しない。一方、$r=5$ の場合は、n_1^r がゼロから 5 まで増えるに従い正答率もかなり上昇し、この傾向は $r=9$、$r\geq 10$ と参照人数の増加とともに顕著になる。選択の分布と正答、誤答の関係から、式（4）のパラメータ λ, z を最尤推定すると、$z_{MLEL}=4.15, \lambda_{MLE}=11.21$ となり、また、それぞれの 95 %信頼区間は $z\in[3.57,4.92]$,$\lambda\in[8.72,14.64]$ である。この結果をもとに、$t=31$ の場合の秩序変数 α を p に対してプロットしたものが図 5 である。実験のデータのプロットでは、ハーダーの比率 p は、$r=0$ での正答率 z_{31} から最尤値 $p_{MLE}=2(1-z_{31})$ と推定したものを用いている。秩序変数の振る舞いを投票モデルが定量的にもよく記述していることが分かる。

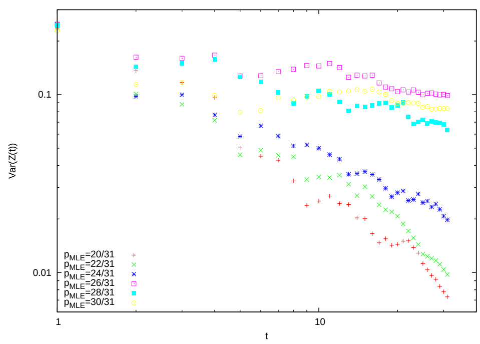

図 6: $\mathrm{Var}z(t)$ を t に対し両対数プロットした。$p_{MLE}=20/31,22/31,24/31$（単調に右下がり）と $p_{MLE}=26/31,28/31,30/31$（漸近的に水平になる傾向)。

最後の図 6 は z_t の分散 $\mathrm{Var}(z_t)$ を t に対して両対数プロットしたものである。$p_{MLE}=20/31,22/31,24/31$ の場合、分散は回答者数 t とともに単調に減少し、$t\to\infty$ の極限ではゼロになると予想される。このことは z_∞ の分布はひとつのピークのみの One Peak 相にあることを意味す

る。一方、$p_{MLE} = 26/31, 28/31, 30/31$ の場合、z_t の分散は t とともに単調に減少はせず、$t \to \infty$ の極限で有限な値に収束すると予想される。これは、正答率 z_∞ の分布がふたつのピークを持つ Two Peak 相にあることを示唆する。この結果から、ハーダーの比率の臨界値は、$p_c = 26/31 \simeq 0.84$ と評価でき、投票モデルでの予想値 0.835 と非常に近い値が得られたことが分かる。以上から、本投票実験での情報カスケードは相転移であると結論できる。

5. まとめ

二択のクイズにおいて正答を知らない回答者が他の回答者の選択をもとにどのように正答を推定できるのかの議論から、多数派戦略と呼ぶ、選択者が多い選択肢を選ぶのがベイズの定理が教えるベストなものであること、とくにクイズの報酬が正答数に比例する場合、こうしたデジタル的な選択が正しいことが分かった。この結果をもとに、二つの選択肢の選択で、他者の回答には一切影響されずに選択を行う独立投票者と、自分より以前に回答した回答者の選択状況をもとに選択するハーダーが混在する系での投票モデルを導入し解析した。ハーダーの比率 p が臨界値 p_c を超えると、情報カスケードとして知られるマクロな状態変化を起こし、それが相転移であることを示した。独立投票者とハーダーが存在するマクロな系で次々と二択のクイズに回答したとき、$p \le p_c$ なら、ハーダーは多数派の選択肢を選べば必ず正しい選択を選べるが、$p > p_c$ のとき、多数派の選択肢が正しいかどうかは確率事象になる。それが間違う確率 α は p の非解析的な関数になり、このマクロな状態変化が相転移であることを意味する。また、$\alpha = \Pr(z_t < \frac{1}{2})$ と正答率 z_t の分散の $t \to \infty$ での値がこの相転移の秩序変数であることを述べた。

このモデルの予言を検証するため、投票実験を行い、ハーダーの比率 p と投票者間の情報の流れをクイズの難易度と参照人数 r によりコントロールし、$r = \infty$ の場合に、情報カスケードが起きることを確認した。また、さまざまな r での回答データから λ を 4.15 と推定し、$p_c = 0.815$ で相転移が起きることを予想した。クイズの回答データから、t 番目の回答者までの正答率 z_t の分散を t に対してプロットし、$p_c = 26/31$ という評価を得、理論モデルの予想とほぼ一致することを示した。相転移の秩序変数 α の定量的な予言も実験データと一致し、以上の事実からこの投票実験での情報カスケードは「相転移」であると結論した。

6. 謝辞

本研究は科研費 21654054（挑戦的萌芽研究）の助成を受けました。

参考文献

[1] M.Hisakado and S.Mori, "Digital herders and phase transition in a voting model", J.Phys.A,Math.Theor.44(2011)275204.