

# 情報カスケードと相転移

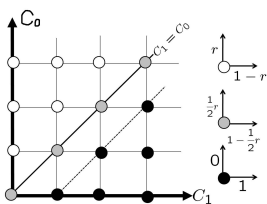
07139 辻 崇史 (非線形物理学講座)

## 1 はじめに

投票において、多数決は必ずしも正しいとは限らない。場の空気を読んで投票する人が多いと、間違っただ意見が多く集まることあるからである。では、空気を読む投票者の割合と、正答率の関係はどうなっているのだろう。投票実験の結果では正答率の分布の変化は情報カスケードにより相転移を示しているように見えた。デジタルな投票モデルを導入し、相転移するかどうかおよび多数決の誤る正答率を求めた。

## 2 デジタル投票モデル

今回、考える投票モデルは次のようなものである。知識のある者は必ず正解に投票。全体に対して  $1 - r$  の割合で存在する。知識のない者は過去の投票の多数派に投票。全体に対して  $r$  の割合で存在する。つまり  $t$  回目までの正解と不正解の得票数をそれぞれ  $C_1(t)$ 、 $C_0(t)$  とすると  $t + 1$  番目の投票者は  $C_1(t)$  と  $C_0(t)$  のうち多い方に投票する。



ここで図のように、 $C_1$  を横軸、 $C_0$  を縦軸に取って投票の様子を表す。つまり不正解すると上、正解すると右へ移動する。対角線  $C_1 = C_0$  上の点では多数決を取った人の半数が不正解となり、 $r/2$  の割合で不正解となる。 $C_0 > C_1$  の領域では知識のある人だけが正解するので、 $r$  の割合で不正解となる。 $C_0 < C_1$  の領域では多数決も正解するので、全員が正解する。正解に  $m$  人、不正解に  $n$  人投票する確率は原点から点  $(m, n)$  へ移動する確率となる。例えば、 $C_1 < C_0$

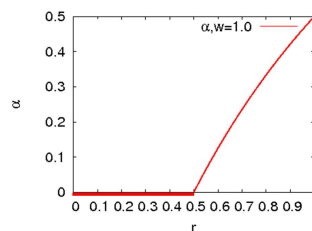
のとき、対角線  $C_1 = C_0$  にタッチするが下にクロスしないような経路の場合の数求めればよい。このようにして、投票の確率を求めると、 $t$  の極限での正答率は次のようになる。

$$\frac{C_1(t)}{t} = (1-r) + r \left( \frac{C_1(t)}{t} \right) \quad (1)$$

第一項は「知識のある者のみが正解する場合」を表し、 $1 - r$  にピークを持つ。第二項は「全ての投票者が正解となる場合」を表し、 $1$  にピークを持つ。従って係数  $r$  は「多数決が失敗する確率」と言え、次のような  $r$  の式で書ける。

$$r = \frac{2r - 1 + |2r - 1|}{3 + |2r - 1|} \quad (2)$$

これを元に  $r$  と  $r$  のグラフを描くと



となりグラフは常に連続であるが、 $r = 0.5$  で傾きが不連続であるとわかった。

## 3 結果と考察

デジタル投票モデルに関してまとめると、知識のない人の割合  $r$  が 50% 以下のとき、正答率は  $1$  にピークを持つ。 $r$  が 50% を超えるとき、正答率は  $1$  と  $1 - r$  にピークを持つ。よって、デジタル投票モデルは  $r = 50\%$  で相転移している。また、多数決が間違っ確率は  $r$  の連続な関数であるが、微分は  $r = 50\%$  付近で不連続であり、この相転移は 2 次の相転移であることがわかる。従って、実際の投票結果と比較すると定性的に一致することがわかった。