メアンダー問題とその拡張 Nリヴァーメアンダーについて

94153 山崎 貴史 （分子物理学講座）

メアンダー問題の拡張とその統計的な性質について考察を行った。メアンダー、セミメアンダーの自然な拡張としてNリヴァーメアンダーを考え、その統計的な性質を数値的な手法により解析した。

セミメアンダーとは、半無限の長さの川に対し n 個の橋をかけ、メアンダーと同様 k 本の道で通ることの可能なすべての場合の数であり、SM_n^k と書くものとする。図1を見ると、そこには橋が3本の場合のセミメアンダーが描かれている。これにより、$SM_3^1=2$、$SM_3^2=2$、$SM_3^3=1$ であることがわかる。

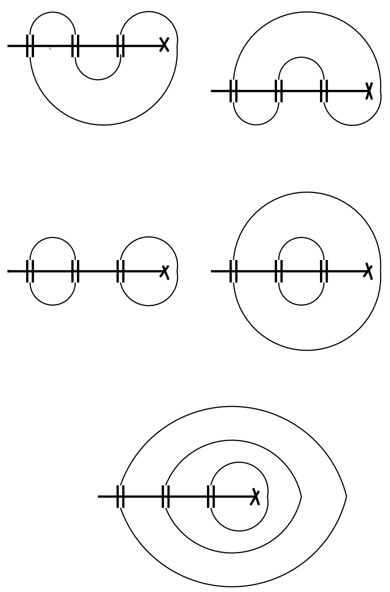

図 1: 橋が3本のセミメアンダー

図2のように開いた2枚の切手をコンパクトに折りたたんでみる。(open strip) この場合もメアンダーと同様、複数の切手をコンパクトに折りたたむことのできるすべての場合の数がセミメアンダーに対応している。

Nリヴァーメアンダーについて考えていくが、そのためにもう一度メアンダーとセミメアンダーについて考えてみることにしよう。まず、セミメアンダーは、ため池から半無限の長さの川が流れていることを想定し、メアンダーは無限の長さの川に2 n個の橋をかけたことを想定したが、ならばn個の橋を持った半無限の川がため池から2本流れていると想定することもできるであろう。そうすると、Nリヴァーメアンダーはため池からn個の橋を持った半無限の川がn本流れていると考えてもよいだろう。何故これが自然かというと、2個のアーチから構成されたメアンダーと同様にn個のアーチから構成することができるからである。(図3を参照)

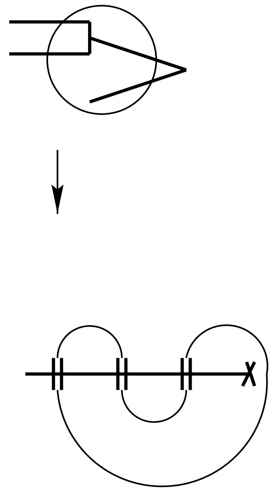

図 2: セミメアンダーと切手のコンパクト化の関係 (open strip)

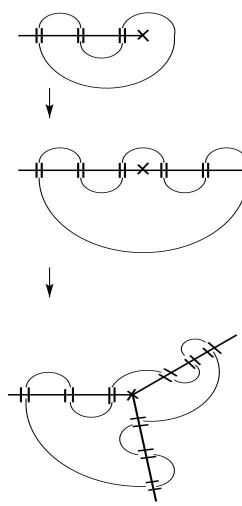

図 3: セミメアンダーからメアンダー、そしてNリヴァーメアンダーへ

我々は、本研究で計算機を用いて、Nリヴァーメアンダーの解析を行った。