三角格子の折り畳み問題

94151 柳澤 玲男奈（分子物理学講座）

三角格子中の三角格子の折り畳み問題を数値的に解析した。相空間を転送行列的なアイデアにより構成し、エントロピー、端点間距離を求め、慣性半径の指数を求めた。次に、ランダムな折り畳み過程をシミュレートし、端点間距離の変化を求めた。

折り畳み三角格子モデルとは

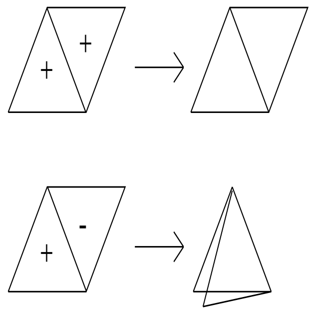
折り畳み三角格子モデルとは、 三角格子を辺にそって折り曲げていくモデルである。2つの三角形の場合では、三角形が埋め込まれた空間の次元が 2 つの三角格子の場合、平らな状態か闥黷髀通りである。

本論文では、三角格子中の三角格子の折り畳み問題を数値的な手法により解析した。まず、三角格子の相空間を構成するため、転送行列的なアイデアを用い、セクション 2 では三角格子の端点間距離の振る舞いについて調べた。特に、1 次元的なストリップの場合は、端点間距離の平均値 $< R >$ はストリップの長さ L の 0.5 乗でスケールされるが ($< R >\sim L^{0.5}$)、2 次元格子の場合は $< R >\sim L^{0.25}$ で振る舞うことが分かった。次に、セクション 3 では、三角格子のランダム折り畳みを扱う。端点間距離が折り畳みの回数とともにどのように変化するのかを調べた。

折り畳み三角格子：数値計算の方法

1 次元の三角格子の折り畳みの場合の数と、端点間の距離を考えてみる。

まず 1 行 1 列の平行四辺形の三角格子の折り畳みの場合の数を数える。この場合、折り畳みの場合の数は、三角格子の向きを上向きを＋、下向きを－で表し



の 2 通りで、端点間の距離は、

$$:\sqrt{(1.5)^2+(\sqrt{3}/2)^2}=\sqrt{3}$$
$$:0\text{（重なっている為）}$$

ゆえに、この三角格子の端点間の平均の距離は、$(0+\sqrt{3})/2=\sqrt{3}/2$

となる。

この様に計算すると、1 次元の場合における三角格子の端点間距離の振る舞いがわかる。ランダムウォークの研究でよく知られているように、端点間距離の 2 乗の平均値 $< R^2 >$ は 1 辺の三角形の数 L の関数として、次のように振る舞う事が分かる。

$$< R^2 >\sim L^{1.0} \tag{1}$$

ところが、2 次元三角格子の平均端点間距離は、

$$< R^2 >\sim L^{0.5} \tag{2}$$

1 次元とは異なる結果になった。

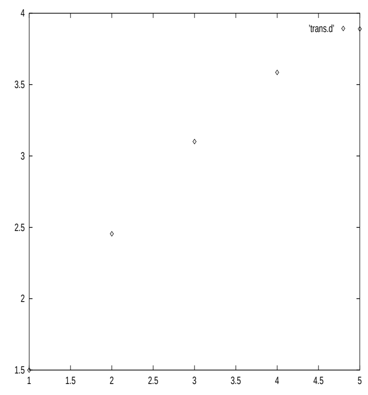


図 1: 2 次元三角格子の端点間距離の振る舞い 横軸:一辺の三角格子の数、縦軸:距離の 2 乗の対数

さらに、ランダムに三角格子を折り畳むことをモデル化し、その折った回数により端点間距離がどのようの振る舞うか調べた。